



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Matematyka

### Przedmiot

Kierunek studiów

Elektromobilność

Studia w zakresie (specjalność)

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Forma studiów

stacjonarne

Rok/semestr

1/1

Profil studiów

ogólnoakademicki

Język oferowanego przedmiotu

polski

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

60

Laboratoria

Inne (np. online)

Ćwiczenia

45

Projekty/seminaria

### Liczba punktów ECTS

8

### Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

dr Leszek Wittenbeck

Instytut Matematyki, WARiE

e-mail: leszek.wittenbeck@put.poznan.pl

tel. 61 665 33 32

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

### Wymagania wstępne

Student ma wiedzę z matematyki na poziomie podstawowym ze szkoły średniej.

Student potrafi logicznie myśleć.

### Cel przedmiotu

Pozyskanie wiedzy i praktycznych umiejętności z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej, algebry liniowej, geometrii analitycznej oraz liczb zespolonych niezbędnych do rozwiązywania problemów inżynierskich.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza

1. Student ma poszerzoną i pogłębioną wiedzę w zakresie wybranych działów matematyki, obejmującą liczby zespolone, algebrę liniową, geometrię analityczną oraz rachunek różniczkowy i całkowego funkcji jednej zmiennej.



2. Student ma uporządkowaną wiedzę z zakresu matematyki przydatną do formułowania i rozwiązywania złożonych zadań z zakresu elektrotechniki.

#### Umiejętności

1. Student potrafi pozyskiwać informacje z literatury, baz danych oraz innych właściwie dobranych źródeł, także w języku angielskim; potrafi integrować uzyskane informacje, dokonywać ich interpretacji i krytycznej oceny, a także wyciągać wnioski oraz formułować i wyczerpująco uzasadniać opinie.
2. Student potrafi wykorzystać poznane metody i modele matematyczne — w razie potrzeby odpowiednio je modyfikując — do analizy i projektowania elementów systemów elektrotechnicznych.
3. Student potrafi opracować, ocenić i wykorzystać istniejące metody analityczne, symulacyjne i eksperymentalne do rozwiązywania złożonych zadań inżynierskich w zakresie elektrotechniki, w tym zadań nietypowych i zadań zawierających komponent badawczy.
4. Student ma umiejętność samokształcenia się, głównie w celu podnoszenia kompetencji zawodowych; potrafi dla podanego zadania inżynierskiego określić obszary szczegółowej wiedzy technicznej niezbędnej do jego realizacji i samodzielnie je opanować oraz zaprezentować.

#### Kompetencje społeczne

1. Student rozumie potrzebę uczenia się przez całe życie.
2. Student potrafi współdziałać i pracować w grupie, przyjmując w niej różne role.
3. Student potrafi odpowiednio określić priorytety służące realizacji określonego przez siebie lub innych zadania.

#### Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

##### Wykłady:

- ocena wiedzy i umiejętności na egzaminie pisemnym sprawdzającym znajomość pojęć oraz umiejętność rozwiązywania prostych zadań,
- próg zaliczeniowy: 50% punktów; zagadnienia na egzamin, na podstawie których opracowywane są pytania, zostaną przesłane studentom drogą mailową z wykorzystaniem systemu uczelnianej poczty elektronicznej.

##### Ćwiczenia:

- ocena wiedzy i umiejętności związanych z rozwiązywaniem zadań na podstawie sprawdzianów (na początku każdego kolejnych zajęć),
- próg zaliczeniowy: 50% punktów.

#### Treści programowe

##### LICZBY ZESPOLONE

- Moduł, argument, argument główny
- Postać: geometryczna, algebraiczna, trygonometryczna (płaszczyzna Gaussa)
- Pierwiastek kwadratowy liczby zespolonej



- Równanie kwadratowe w dziedzinie zespolonej
- Wyprowadzenie postaci trygonometrycznej z postaci algebraicznej
- Potęgowanie liczby zespolonej w postaci trygonometrycznej (wzór Moivre'a)
- Wzór na pierwiastki stopnia  $n$
- Wzór na iloczyn i iloraz dwóch liczb zespolonych w postaci trygonometrycznej
- Wzór Eulera

### ALGEBRA LINIOWA

- Definicja iloczynu kartezjańskiego
- Definicja macierzy
- Działania na macierzach (dodawanie, mnożenie przez stałą, mnożenie dwóch macierzy, transponowanie)
- Definicja wyznacznika
- Własności wyznaczników
- Metody obliczania wyznaczników:
  - Metoda Sarrusa
  - Rozwinięcie Laplace'a
- Definicja macierzy odwrotnej
- Wyznaczanie macierzy odwrotnej (z definicji, metodą eliminacji Gaussa)
- Definicja rzędu macierzy
- Własności rzędu macierzy
- Twierdzenie Cramera
- Twierdzenie Kroneckera-Capelliego
- Jednorodny układ równań liniowych
- Metoda eliminacji Gaussa
- Zagadnienie własne (wektory i wartości własne)

### ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ W PRZESTRZENI

- Wektory w przestrzeni
  - Współrzędne wektora
  - Długość wektora
  - Działania na wektorach (dodawanie, mnożenie przez skalar (liczbę), iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany)
  - Definicja iloczynu skalarnego dwóch wektorów
  - Definicja iloczynu wektorowego dwóch wektorów
  - Warunek równoległości i prostopadłości wektorów
  - Wzór na pole równoległoboku/trójkąta zbudowanego na dwóch nierównoległych wektorach
  - Wzór na objętość równoległościanu/czworościanu zbudowanego na trzech niewspółpłaszczyznowych wektorach
  - Kąt zawarty pomiędzy dwoma wektorami
- Płaszczyzna w przestrzeni
  - Równanie normalne płaszczyzny
  - Równanie odcinkowe płaszczyzny
  - Równanie parametryczne płaszczyzny
  - Równanie płaszczyzny przechodzącej przez trzy punkty
- Prosta w przestrzeni
  - Równanie parametryczne prostej



- Równanie kierunkowe prostej
- Równanie krawędziowe prostej
- Wzajemne położenie płaszczyzn i prostych
  - Kąt między płaszczyznami oraz prostymi
  - Odległość punktu od płaszczyzny
  - Odległość punktu od prostej
  - Odległość między płaszczyznami
  - Odległość między prostymi

### **CIĄGI LICZBOWE**

- Definicja ciągu liczbowego
- Monotoniczność ciągu
- Definicja granicy ciągu
- Własności granic skończonych
- Twierdzenie o trzech ciągach
- Definicja liczby Eulera i jej wartość
- Symbole nieoznaczone

### **FUNKCJA JEDNEJ ZMIENNEJ NIEZALEŻNEJ**

- Definicja funkcji, odwzorowanie „na”, odwzorowanie „w”
- Postaci funkcji
- Definicja funkcji różnowartościowej, monotonicznej, odwrotnej, złożonej
- Funkcje trygonometryczne, cyklometryczne, hiperboliczne, area
- Definicja granicy funkcji (w punkcie, lewostronna, prawostronna, niewłaściwa, w nieskończoności)
- Definicja ciągłości funkcji
- Asymptoty funkcji
- Twierdzenie de'Hospitala
- Definicja pochodnej funkcji i interpretacja geometryczna
- Własności pochodnych funkcji
- Wzór na pochodną sumy, różnicy, ilorazu i iloczynu dwóch funkcji
- Definicja różniczki zupełnej funkcji i interpretacja geometryczna
- Twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej
- Pochodna funkcji w postaci parametrycznej
- Pochodna logarytmiczna
- Pochodne funkcji wyższych rzędów
- Pochodna funkcji złożonej
- Zastosowania pochodnych
- Krzywizna i promień krzywizny
- Twierdzenie Rolle'a, Twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej
- Ekstrema funkcji (warunek konieczny i wystarczający)
- Monotoniczność funkcji
- Punkty przegięcia funkcji (warunek konieczny i wystarczający)
- Wklęsłość i wypukłość funkcji

### **CAŁKA NIEOZNACZONA**

- Definicja całki nieoznaczonej i funkcji pierwotnej
- Własności całek nieoznaczonych



- Całkowanie przez podstawienie
- Podstawienie uniwersalne (dla funkcji trygonometrycznych)
- Całkowanie przez części

### CAŁKA OZNACZONA

- Definicja całki oznaczonej
- Własności całek oznaczonych
- Całkowanie przez podstawienie
- Całkowanie przez części
- Interpretacja geometryczna całki oznaczonej
- Definicja obszaru normalnego względem osi OX
- Definicja obszaru normalnego względem osi OY
- Zastosowania całki oznaczonej:
  - Pole obszaru płaskiego
  - Długość łuku krzywej płaskiej
  - Pole powierzchni bocznej bryły obrotowej względem osi OX i OY
  - Objętość bryły obrotowej względem osi OX i OY

### CAŁKA NIEWŁAŚCIWA

- I-go rodzaju (ze względu na nieograniczoność przedziału całkowania)
- II-go rodzaju (ze względu na nieograniczoność funkcji podcałkowej w skończonym przedziale całkowania).

### SZEREGI

- Definicja szeregu liczbowego
- Suma szeregu
- Warunek konieczny zbieżności szeregu
- Kryteria zbieżności szeregu (porównawcze, d'Alemberta, Cauchy'ego, całkowite, Leibniza)
- Definicja szeregu potęgowego
- Promień i przedział zbieżności szeregu potęgowego
- Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy (Taylora, Maclaurina) – zastosowania
- Rozwijanie funkcji w szereg Fouriera

### FUNKCJA DWÓCH ZMIENNYCH

- Definicja pochodnej cząstkowej
- Definicja różniczki zupełnej
- Twierdzenie Schwarz'a
- Warunek konieczny, aby wyrażenie,  $P(x, y) dx + Q(x, y) dy$  było różniczką zupełną funkcji dwóch zmiennych
- Warunek konieczny istnienia ekstremów funkcji
- Warunek dostateczny istnienia ekstremów funkcji
- Kiedy punkt stacjonarny jest minimum, a kiedy maksimum funkcji?
- Interpretacja geometryczna funkcji dwóch zmiennych
- Ekstremum warunkowe
- Mnożniki Lagrange'a



## Metody dydaktyczne

### Wykłady:

- wykład prowadzony w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów lub do wskazywanych konkretnych studentów
- uwzględnia się aktywność studentów przy wystawianiu oceny końcowej

### Ćwiczenia:

- rozwiązywanie zadań na tablicy
- szczegółowe omówienie rozwiązanych zadań

## Literatura

### Podstawowa

1. W. Żakowski, Matematyka, T.1 i T.2, WNT, Warszawa 2003.
2. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1 ( Definicje, twierdzenia, wzory), GiS, Wrocław 2011.
3. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1 ( Przykłady i zadania), GiS, Wrocław 2011.
4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna 1, ( Definicje, twierdzenia, wzory), GiS, Wrocław 2007.
5. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna 1, ( Przykłady i zadania), GiS, Wrocław 2007.

### Uzupełniająca

1. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, T.1, T.2, PWN, Warszawa 2011.
2. M. Grzesiak, Liczby zespolone i algebra liniowa, Wydawnictwo PP, Poznań 1999.

## Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	202	8,0
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	107	5,0
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do ćwiczeń, przygotowanie do sprawdzianów i egzaminu)	95	3,0